

國立雲林科技大學
工業工程與管理研究所

碩士論文

變動抽樣間隔之模糊管制圖

研究生：陳秉泰

指導教授：古東源 博士

中華民國九十四年六月

變動抽樣間隔之模糊管制圖

A Fuzzy Control Chart with Variable Sampling Interval

研 究 生：陳秉泰 Bing-Tai Chen
指 導 教 授：古東源 Tong-Yuan Koo

國立雲林科技大學
工業工程與管理研究所

碩士論文



A Thesis

Submitted to

Institute of Industrial Engineering and Management
National Yunlin University of Science and Technology

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of
Master of Science

In

Industrial Engineering

June 2005

Douliu, Yunlin, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年六月

變動抽樣間隔之模糊管制圖

學生：陳秉泰

指導教授：古東源 博士

國立雲林科技大學工業工程與管理研究所

摘要

本研究主要針對傳統 \bar{X} 管制圖偵測製程平均中、小幅度偏移能力較差之缺點，將模糊理論及變動抽樣間隔觀念導入傳統 \bar{X} 管制圖中，建構變動抽樣間隔之模糊管制圖，藉由模糊理論同時監控製程品質特性中的平均數、標準差及連續趨勢等統計量，並利用變動抽樣間隔觀念降低偵測製程偏移所需之時間，以提昇傳統 \bar{X} 管制圖績效。研究結果發現，變動抽樣間隔模糊管制圖，無論在平均偏移、變異數偏移或者趨勢偏移等製程異常狀況下，其偵測製程異常之績效都優於傳統 \bar{X} 管制圖、變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖以及模糊管制圖。

關鍵字：變動抽樣間隔、模糊理論、管制圖

A Fuzzy Control Chart with Variable Sampling Interval

Student : Bing-Tai Chen

Advisor : Dr. Tong-Yuan Koo

Institute of Industrial Engineering and Management
National Yunlin University of Science and Technology

ABSTRACT

Statistical quality control charts are widely used in monitoring production process. In this thesis, a variable sampling interval fuzzy control chart is proposed to combine Fuzzy set theory and variable sampling interval method to improve the capability of detection in monitoring assignable causes. The mean, variance and trend of the process are monitoring at the same time using Fuzzy set theory in this research. By judging stability of the outputs of fuzzy control chart, the variable sampling interval method is adopted to reduce the time for detecting the out of control signal. The simulation results show that the performance of the proposed fuzzy control chart with variable sampling interval in detecting the shift of process average, shift of process variation and trend of process mean is better than that of the traditional \bar{X} control chart or adaptive control chart.

Key words: Fuzzy Set Theory, Variable Sampling Interval, Control Chart

致 謝 詞

本論文得以完成，首先必須感謝指導教授古東源老師的啓發與教誨，同時也感謝陳世輝老師在模糊理論相關設定上的協助，以及邱靜娥老師指導統計分析方面的概念。另外，還要感謝口試委員盧淵源老師費心詳閱論文並提供寶貴意見，使本研究架構更加完備。

除了老師之外，還要特別感謝張智凱同學協助程式偵錯，以及研究所學長姐、同學、學弟妹們的鼓勵與幫助，感謝大家！



目 錄

中文摘要	I
英文摘要	II
致 謝 詞	III
圖 目 錄	V
表 目 錄	VI
第一章 緒論	1
第二章 文獻探討	3
2.1 適應性 \bar{X} 管制圖	3
2.1.1 變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖	4
2.1.2 適應性管制圖之績效衡量指標	6
2.2 模糊管制圖	8
2.2.1 各類模糊管制圖之比較	14
第三章 研究方法	16
3.1 模糊管制圖	17
3.1.1 模糊集合	17
3.1.2 歸屬函數	20
3.1.3 模糊規則	22
3.1.4 解模糊化	23
3.2 變動抽樣間隔	24
3.4 衡量指標	25
3.5 績效比較	26
第四章 結果與分析	27
4.1 模糊管制圖之使用	27

4.2 模擬環境設定	29
4.3 研究結果	30
4.3.1 平均數偏移	31
4.3.2 變異數偏移	32
4.3.3 趨勢偏移.....	33
4.4 績效分析	34
第五章 結論與未來方向	35
參考文獻	36



圖目錄

圖 1 變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖之管制區域示意圖	5
圖 2 AATS、ATS 示意圖	8
圖 3 平均數及累積偏差模糊集合之歸屬函數	10
圖 4 三階段計量模糊管制圖	12
圖 5 研究架構	16
圖 6 中央趨勢模糊集合示意圖	18
圖 7 離散趨勢模糊集合示意圖	19
圖 8 中央趨勢集合歸屬函數	20
圖 9 離散趨勢集合歸屬函數	21
圖 10 連續趨勢集合歸屬函數	22
圖 11 穩定程度集合歸屬函數	22
圖 12 模糊管制圖輸出值分佈狀況	25
圖 13 變動抽樣間隔管制圖操作架構	28
圖 14 變動抽樣間隔模糊管制圖之圖示	29

表 目 錄

表 1 平均數及累積偏差模糊集合之模糊規則	10
表 2 Tannock 模糊管制圖之模糊規則	13
表 3 模糊管制圖文獻比較	15
表 4 管制圖警告界限及管制界限	30
表 5 平均數偏移下之績效比較	31
表 6 變異數偏移下之績效比較	32
表 7 趨勢偏移下之績效比較	33

第一章 緒論

自從 Shewhart 提出管制圖概念之後，管制圖旋即成為統計品質管制(Statistical Quality Control, SQC)最重要的工具之一，廣泛地被運用於各種生產程序的監控與管制。

然而，隨著實務上需求的個別差異以及生產環境的變遷，傳統的 Shewhart 管制圖已無法滿足所有使用者的需求，因此，許多後續研究延伸 Shewhart 管制圖之概念提出改進措施或者建構新的管制圖，例如：針對 Shewhart 管制圖對於小偏移監控不靈敏的缺點，Page 提出 CUSUM 管制圖、Roberts 發展出 EWMA 管制圖 (Montgomery, 2001)；西方電氣公司為提高管制圖監控敏感度，提出西電法則以補傳統管制圖不足之處 (Montgomery, 2001)；基於成本考量，Duncan *et al.* (1971) 將經濟性設計的觀念引入管制圖概念中。

除此之外，亦有學者提出應用演算法提升管制圖偵測效率者，其中以類神經網路 (Artificial Neural Network) 之相關研究最為普遍 (Tannock, 2003)，績效亦佳，然而，類神經網路在使用上必須收集足量且具代表性之歷史資料以提供系統訓練導致前置成本過高，且其訓練過程屬黑箱作業，操作者難窺其全貌，亦常為使用者所詬病，因此 Tzvi and Wang (1990)、Tannock (2003) 等學者提出運用模糊理論 (Fuzzy Set Theory) 結合管制圖之概念，其研究結果證實模糊理論對於管制圖偵測績效之提昇頗有助益。

如同前述學者之研究，本研究亦以改善管制圖績效為目的，方法上，本研究主要參考 Tannock (2003) 之計量型模糊管制圖觀念，運用模糊理論改善傳統管制圖「非好即壞」之二元邏輯概念，以歸屬函數 (Membership Function) 將品質優劣轉化為「程度值」，並應用模糊規則結合平均數、變異數、趨勢等統計量與規則，

藉以綜合判斷製程狀況。此外，本論文將同時採用 Reynolds *et al.* (1988) 提出之變動抽樣間隔概念，建構變動抽樣間隔之模糊管制圖，若前次抽樣結果接近製程目標值，顯示目前較製程穩定，則本次採取較為寬鬆之抽樣條件，以節省抽樣成本，反之則利用密集的抽樣條件，及早偵測出異常。希望能在監控多種製程統計量之餘，亦能改善傳統管制圖偵測製程中、小幅度偏移時績效不佳之缺陷，以增進管制圖之效用、擴展管制圖之應用範圍。

至於管制圖之績效衡量，本研究將模擬平均數偏移、變異數偏移及趨勢等三種製程異常狀況，以測試本研究所提出之管制圖在各種變異狀況下之偵測效率，並與傳統管制圖進行績效比較，藉以確認模糊理論與變動抽樣間隔對於管制圖績效提昇之影響程度。

本研究於第二章彙整相關文獻，列舉變動抽樣間隔觀念及模糊理論應用於提昇管制圖偵測績效之相關研究及其方法，並探究其優劣及特點；第三章提出本論文之研究方法；第四章則為研究結果與分析，最後彙整結論於第五章。

第二章 文獻探討

本研究主要探討變動抽樣間隔概念與模糊理論對於管制圖偵測製程偏移績效之影響，故文獻部分彙整並探討適應性 \bar{X} 管制圖相關研究及模糊理論應用於管制圖之相關文獻，以下針對各主題探討如下：

2.1 適應性 \bar{X} 管制圖

管制圖概念於 1924 年由 Shewhart 博士提出 (Montgomery, 2001)，用以監控製程之品質特性，圖中包含管制中心線、管制界限、以及抽樣樣本統計量之資訊，並依此資訊判斷製程是否符合要求。假若抽樣樣本點落在管制界限內，則認定製程並未發生改變；反之，則視為製程發生偏移，應立即尋找製程失控的非機遇原因 (Assignable Cause) 並採取矯正措施。

一般管制圖之參數有三：樣本大小(n)、抽樣間隔(h)及管制界限(k)，在傳統管制圖中，三者皆為固定，稱為固定抽樣比率 (Fixed Sampling Rate；FSR) 管制圖。近年來，學者提出適應性管制圖概念 (Reynolds *et al.*, 1988)，開始探討變動抽樣比率 (Variable Sampling Rate；VSR) 對於偵測製程變異的影響，其主要概念是將管制圖劃分為若干區域，根據前次抽樣的結果調整管制圖之參數：如果前次抽樣結果接近製程目標值，顯示目前製程穩定機會較大，則本次採取較為寬鬆之抽樣條件，以節省抽樣成本；反之，若前次抽樣接近管制外區域，則製程可能已產生偏移，本次採取較嚴格之抽樣條件，以期及早偵測出製程變異。Reynolds *et al.* (1988) 研究發現在相同的錯誤警告率下，VSR 管制圖相較於 FSR 管制圖能更快

偵測出製程平均數小至中幅度的偏移。

適應性管制圖根據變動參數的不同，可以分為以下四種：

- (1) 變動抽樣間隔(Variable Sampling Intervals；VSI)；
- (2) 變動樣本數(Variable Sample Size；VSS)；
- (3) 變動樣本數與間隔(Variable Sample Size and Sampling Interval；VSSI)；
- (4) 變動管制參數(Variable Parameters；VP)等 \bar{X} 管制圖。

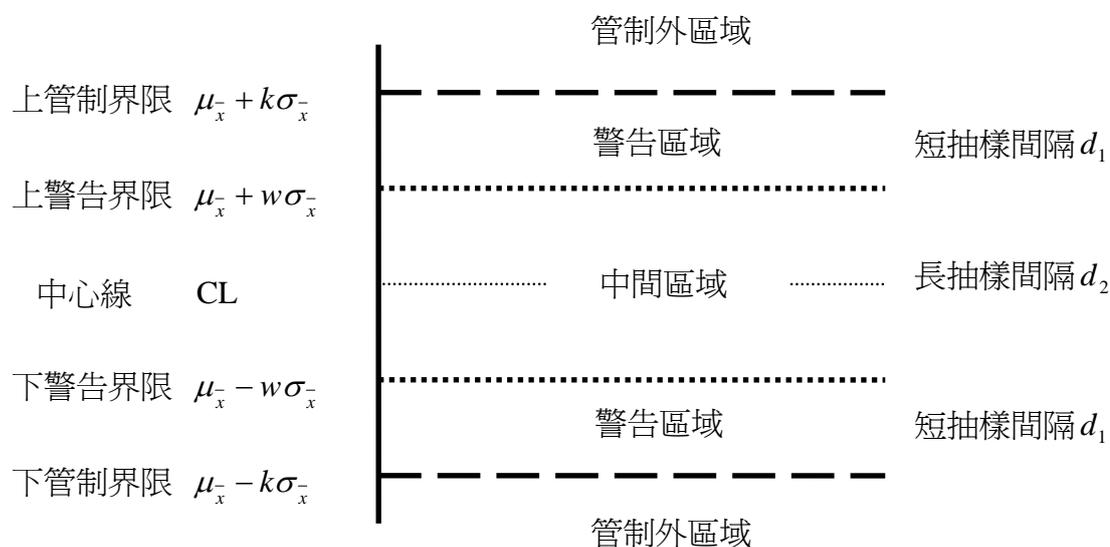
本研究採用其中的變動抽樣間隔概念，以下針對變動抽樣間隔管制圖做探討。

2.1.1 變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖

傳統 FSR 管制圖將抽樣間隔設定為固定值 (d_0)，本研究討論 VSR 管制圖中的變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖，Reynolds *et al.* 於 1988 年首先提出此概念，其管制程序如下所示：

- (1) 當抽樣結果落在管制中心線附近(安全區域： $\mu_{\bar{X}} \pm w\sigma_{\bar{X}}$)，則下次抽樣採用較長的抽樣間隔時間 (d_2)；
- (2) 當抽樣結果落在管制界限附近但並未超出管制界限(警告區域： $\mu_{\bar{X}} \pm k\sigma_{\bar{X}}$)時，則下次抽樣採用較短的抽樣間隔時間 (d_1)；
- (3) 當抽樣結果落在管制界限外，則停止製程，找出發生異常之原因。

變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖之管制區域如圖 1 所示。



資料來源：Reynolds *et al.* (1988) P. 182

圖 1 變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖之管制區域示意圖

根據 Reynolds *et al.* (1988) 研究發現，變動抽樣間隔管制圖的抽樣間隔種類，以兩種最佳（即前述之長、短間隔兩種），劃分過細，不僅導致管制流程過於繁複，對於偵測績效之提升亦無助益。

在變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖的參數設定方面，爲了使變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖與 Shewhart 管制圖在製程穩定狀況下績效相仿，進而比較兩種管制圖在製程發生非機遇性因素時之偵測績效，因此長短抽樣間隔之設定必須滿足以下兩條件：

$$P_{01} = \frac{d_2 - 1}{d_2 - d_1} (1 - q_0) \quad (2.1)$$

$$P_{02} = \frac{1 - d_1}{d_2 - d_1} (1 - q_0) \quad (2.2)$$

其中 q_0 爲製程穩定狀態下，抽樣結果落於管制界限外之機率；

P_{01} 爲製程穩定狀態下，抽樣結果落於警戒區域之機率；

P_{02} 爲製程穩定狀態下，抽樣結果落於中間區域之機率。

藉由 (2.1) (2.2) 兩式，可推得警告界限係數 w ：

$$w = \Phi^{-1} \left[\frac{2\Phi(k)(d_0 - d_2) + (d_1 - d_0)}{2(d_1 - d_2)} \right] \quad (2.3)$$

其中， Φ 為標準常態分配下之累積機率函數， Φ^{-1} 則為其反函數。

根據 Reynolds *et al.* (1988) 之研究，將長抽樣間隔時間 d_2 設定為 1.9 單位抽樣時間 (以 Shewhart 管制圖抽樣間隔為 1 單位時間做標準)，短抽樣間隔時間 d_1 設定為 0.1 單位抽樣時間之績效最佳。

其研究結果顯示，將變動抽樣觀念導入 \bar{X} 管制圖之後，不僅可以減少抽樣次數，更能提升傳統 \bar{X} 管制圖績效，改善傳統 Shewhart 管制圖偵測中小幅度製程偏移較不敏感的缺點。

2.1.2 適應性管制圖之績效衡量指標

傳統管制圖之績效，通常藉由平均連串長度 (Average Run Length; ARL) 作為判斷準則，針對不同的製程狀態，ARL 可區分為兩類：製程穩定時之 ARL 與製程發生變異時之 ARL。

管制圖在不同的製程狀態下，會有不同誤差產生：製程穩定時可能產生型一誤差 (Type I Error; α ，即製程穩定但被判定為製程失控之機率)；製程發生變異時可能產生型二誤差 (Type II Error; β ，即製程失控但被判定為製程穩定之機率)。ARL 就是根據此觀念，將誤判機率轉換為平均抽樣次數。當製程穩定的狀態下 ARL 表示平均多少次抽樣會產生一次誤判；當製程偏移時，ARL 表示平均抽樣多少次，才能發掘出製程的非機遇性變異原因。

然而，對於適應性管制圖而言，由於每次抽取樣本的時間間隔、樣本數量都

可能不同，若仍以 ARL 作為衡量指標，對於適應性管制圖之績效評估可能會產生偏差。Tagaras (1998) 彙整變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖之指標，建議以偵測變異所需平均時間(Average Time to Signal; ATS)、偵測製程變異所需平均抽樣次數(Average Number of Samples to Signal; ANSS) 及製程發生變異後偵測變異所需平均時間(Adjusted Average Time to Signal; AATS) 衡量管制圖績效；另林裕章、周昭宇(2002) 則加入偵測製程變異所需抽取之平均觀測值總數(Average Number of Observations to Signal; ANOS) 作為衡量指標。以下針對這四種指標做簡單介紹：

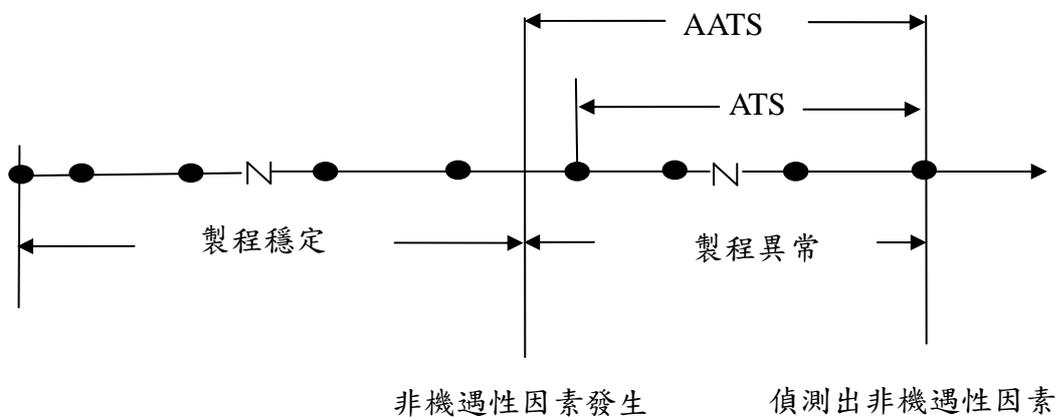
ATS：製程已發生非機遇性原因之狀況下，管制圖偵測出製程變異所需之平均時間。

ANSS：製程已發生非機遇性原因之狀況下，管制圖偵測出製程變異所需之平均抽樣次數。

AATS：製程因非機遇性因素由穩定轉為偏移狀態，從製程發生非機遇性因素之時間點開始計算，管制圖偵測出製程變異所需之平均時間。

ANOS：製程已發生非機遇性原因之狀況下，管制圖偵測出製程變異所需抽取之平均觀測值總數。

由於本研究採用之適應性管制圖並未變更抽樣大小，故以上四種指標可以相互換算求得，因此本研究擬延續 Reynolds *et al.* (1988)、Prabhu *et al.* (1997) 之研究，採用 ATS 作為管制圖績效之衡量指標，以此衡量本研究建構之管制圖之成效，ATS 與 AATS 示意圖如圖 2 所示。



資料來源：Prabhu *et al.* (1997) P. 4

圖 2 AATS、ATS 示意圖

2.2 模糊管制圖

在管制圖的改進研究中，利用演算法提升管制圖績效之研究日增，其中以類神經網路及模糊理論之相關研究最為普遍，績效亦佳，然而，類神經網路在實用上存在幾點問題：

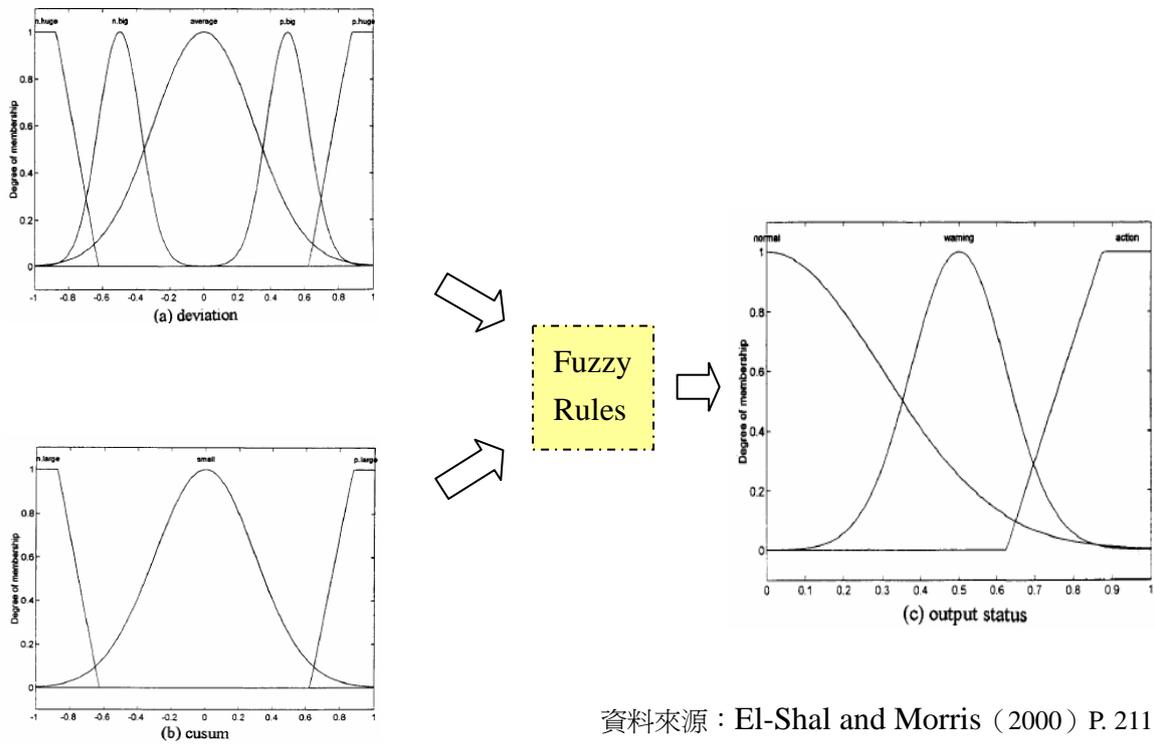
- (1) 類神經網路建構過程需要收集足量並具代表性之歷史資料，否則訓練過後之系統在判斷上將產生遺漏或偏差，其前置作業所耗費之成本甚巨。
- (2) 類神經網路訓練過程屬黑箱作業，使用者難以窺探其訓練過程，更遑論在操作過程中因應生產實際狀況調整適當之參數設定。

基於以上理由，類神經網路之爭議較大。因此本研究採用模糊理論與管制圖做結合，藉此提升傳統管制圖之監控績效。

模糊理論，於 1965 年由美國自動控制學者 Zadeh 首先提出。由於真實世界中，人類的主觀判斷及語意表達充滿不完整性及不精確性，要將這樣的人類思維轉換

為判斷準則時，古典「非黑即白」的二元邏輯是無法充分表達的。基於這樣的觀點，Zadeh (1965) 提出了模糊理論 (Fuzzy Set Theory)，利用連續多值 (Continuous Multi-Value) 的歸屬函數 (Membership Function) 描述難以明確表達的模糊概念。之後，該理論廣泛運用於人工智慧、自動化控制、決策支援等各種領域，都獲致相當大的成效，尤其日本將模糊理論導入電器產品的自動控制系統中，更大幅昇了該理論的實用性。

近年來亦有學者將模糊理論導入管制圖中，Tzvi and Wang 於 1990 年將模糊理論應用於管制圖績效之改善，其研究利用語意值將產品細分若干等級，藉以判斷製程狀況，成效頗佳，之後，Hassen (2002) 延續 Tzvi and Wang (1990) 之研究，亦獲得理想成效，然而上述兩位學者之研究皆侷限於屬計數型品質特性。El-Shal and Morris (2000) 之研究則將模糊管制之範疇推廣至計量型的品質特性。該研究將抽樣結果區分為平均數 (包含 Average、Positive Big、Positive Huge、Negative Big 與 Negative Huge)、全距 (包含 Average、Positive Big、Positive Huge、Negative Big 與 Negative Huge)、趨勢與連串數 (包含 Average、Positive Big 與 Negative Big)，以及累積偏差 (包含 Small、Positive Large 與 Negative Large) 四項輸入模糊集合，並設定製程穩定 (Normal)、警戒 (Warning) 及失控 (Action) 三個輸出模糊集合，之後，利用平均數、全距及趨勢與連串數三種模糊集合分別與累積偏差模糊集合進行模糊規則的結合，以平均數及累積偏差模糊集合為例，其歸屬函數及模糊規則分別如圖 3 及表 1 所示。



資料來源：El-Shal and Morris (2000) P. 211

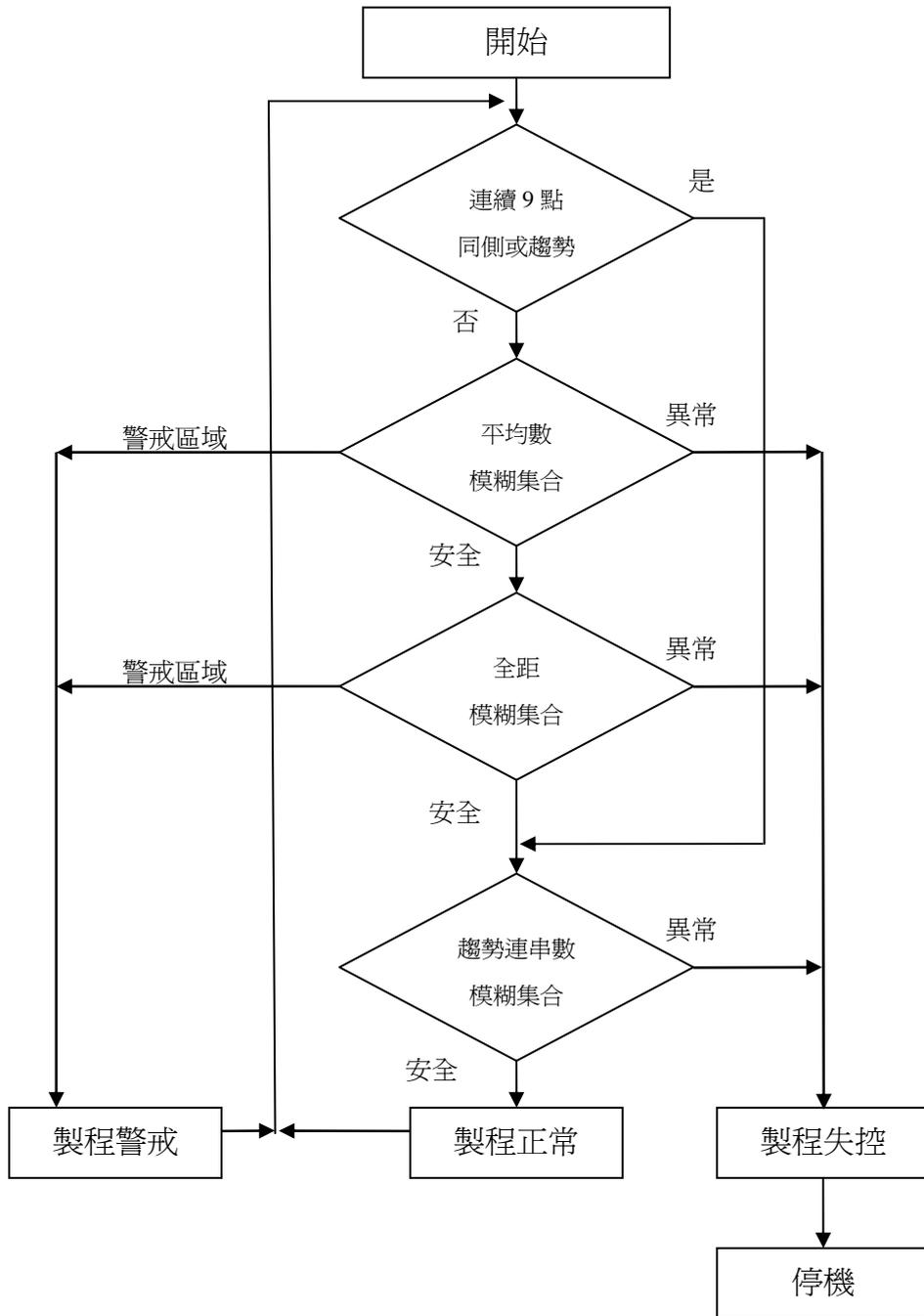
圖 3 平均數及累積偏差模糊集合之歸屬函數

表 1 平均數及累積偏差模糊集合之模糊規則

No.	模糊規則				
1	If (Deviation is Average)	OR	(CUSUM is Small)	THEN	(Status is Normal)
2	If (Deviation is P.Big)	AND	(CUSUM is P.Large)	THEN	(Status is Warning)
3	If (Deviation is N.Big)	AND	(CUSUM is N.Large)	THEN	(Status is Warning)
4	If (Deviation is P.Huge)	OR	(CUSUM is P.Large)	THEN	(Status is Action)
5	If (Deviation is N.Huge)	OR	(CUSUM is N.Large)	THEN	(Status is Action)
6	If (Deviation is P.Big)	AND	(CUSUM is N.Large)	THEN	(Status is Warning)
7	If (Deviation is N.Big)	AND	(CUSUM is P.Large)	THEN	(Status is Warning)

資料來源：El-Shal and Morris (2000) P. 214

El-Shal and Morris 建構之模糊管制圖首先檢查樣本是否連續 9 點上升、下降或落於同側，若無異常，再根據圖 3 及表 1 之邏輯即可計算出平均數及累積偏差模糊集合之輸出值，同理，可求算全距及累積偏差模糊集合、趨勢與連串數及累積偏差模糊集合之輸出值，之後再根據三個輸出值以三階段方式判斷製程為穩定、警戒或失控。在第一階段，判斷平均數是否異常，若正常，則判斷第二階段之樣本全距是否異常，若無異樣，則判斷第三階段之趨勢與連串數是否異常，若三階段皆在管制界限內，則製程穩定，反之，則製程可能出現警戒訊號或已發生異常，其管制流程如圖 4 所示。研究結果發現，該管制圖不但可以降低誤警的發生亦可提升偵測製程變異之效率。雖然 El-Shal and Morris (2000) 所建構之管制圖對於偵測中小偏移之製程異常績效卓越，然而其操作流程略顯複雜，實用性不高，且該研究設定之模糊規則相互之間有所衝突，例如規則中第一條與第四條同時觸發製程穩定 (Normal) 及失控 (Action) 兩個輸出模糊集合，其模糊規則上的錯誤仍有待修正。



資料來源：El-Shal and Morris (2000) P. 218

圖 4 三階段計量模糊管制圖

Tannock (2003) 所建構之模糊管制圖則是利用中心趨勢模糊集合 (Centred Fuzzy Set) 與隨機趨勢模糊集合 (Random Fuzzy Set) 描述製程之穩定程度，其中，中心模糊趨勢集合是用來分析樣本的中央趨勢，利用作業特性曲線 (Operating Characteristic Curve ; OC Curve) 作為歸屬函數形狀、平均數作為輸入值，其原理乃是藉由樣本平均數與母體平均數之間的差異判斷製程之中央趨勢是否異常，如果樣本平均數與母體平均數差異小，則代入 OC 曲線後將得到較高的歸屬程度值，亦即該次抽樣之中央趨勢程度大、製程穩定程度高，反之，則顯示製程發生異常之可能性較高。

至於隨機趨勢模糊集合，則是利用前次與本次抽樣樣本之相關係數 (Correlation Coefficient) 作為輸入值、標準常態分配為歸屬函數，藉由比較兩期之相關係數判斷製程是否異常。

得到兩個模糊集合的歸屬值之後，運用模糊規則 (如表 2 所示) 加以結合，再藉由解模糊化過程得到單一輸出值，最後利用此輸出值判斷製程是否穩定。研究結果發現，該管制圖在製程穩定狀況下能大幅降低誤警之發生，在製程發生異常時，對於製程平均偏移現象之偵測能力亦佳，然而，該管制圖在循環、趨勢之 ARL 績效呈現上並不突出，作者認為可能是研究中未針對組內變異進行分析所致，此外，該研究中並未分析歸屬函數對管制圖績效之影響，因此，本研究則將針對以上問題加以改良。

表 2 Tannock 模糊管制圖之模糊規則

No.	模 糊 規 則				
1	IF (Process is centered)	AND	(Process is random)	THEN	In-control is high
2	IF (Process is centered)	AND	(Process is not random)	THEN	In-control is medium
3	IF (Process is not centered)	AND	(Process is random)	THEN	In-control is medium
4	IF (Process is not centered)	AND	(Process is not random)	THEN	In-control is low

資料來源：Tannock (2003) P. 1023

2.2.1 各類模糊管制圖之比較

本研究所蒐羅之文獻中，Tzvi and Wang（1990）為最早將模糊理論導入管制圖者，然而其研究屬計數性管制圖，使用範圍較狹隘，之後 Hassen（2002）延續 Tzvi and Wang（1990）之研究架構，將模糊管制圖推廣至樣本大小不盡相同之抽樣程序，然而，仍未脫計數型模糊管制圖之範疇。El-Shal and Morris（2000）之研究則將模糊管制圖進一步應用於計量型品質特性的抽樣程序，唯其管制程序過於複雜，實用性並不高，且模糊規則建構產生衝突；Tannock（2003）之研究則是將樣本資訊萃取出平均數及前後兩期樣本相關係數，將兩種統計量導入模糊理論中，以判定製程是否發生變異，該研究建構之模糊管制圖，操作較為便捷，然而，作者自評該研究並未針對組內變異作分析，可能導致偵測績效受影響，本研究因此將變異數納入模糊理論輸入變數，藉以提昇管制圖績效。

本研究回顧上述文獻，彙整比較如表 3 所示。

表 3 模糊管制圖文獻比較

作者	Tannock (2003)	El-Shal and Morris (2000)	Tzvi and Wang (1990)	Hassen (2002)
數據型態	計量型	計量型	計數型	計數型
輸入值類型	連續	連續	間斷 (語意值)	間斷 (語意值)
管制界線之訂定	蒙地卡羅法	機率 ($\mu \pm k\sigma$)	機率 ($\mu \pm k\sigma$)	機率 ($\mu \pm k\sigma$)
輸入值	平均數、相關係數	連續趨勢、平均數、全距、累積偏差	眾數、全距中點、中位數或平均數	眾數、中位數
製程狀態判斷	製程穩定或失控	製程穩定、警戒或失控	製程穩定或失控	製程穩定或失控
衡量指標	ARL、誤警	誤警、偵測所需時間、成本	TYPE II ERROR	ARL
輸入歸屬函數	QC Curve、標準常態分配	鐘形、梯形	三角形	三角形
特點	方便、易用	績效佳、設置警戒區域	績效佳	績效佳、可分析非固定抽樣數量之抽樣策略
主要缺點	未分析組內變異、及歸屬函數之影響	實用性低、模糊規則設定有誤	無法監控計量型品質特性	無法監控計量型品質特性

資料來源：本研究整理

基於以上文獻分析結果，本研究將採用 Tannock (2003) 簡單、易用之模糊管制圖架構，並參考 El-Shal and Morris (2000)、Tzvi and Wang (1990) 之模糊規則與模糊集合，以補 Tannock 研究不足之處，最後加入變動抽樣間隔概念，以建構實用性與偵測績效並重之模糊管制圖。

第三章 研究方法

本研究所探討之變動抽樣間隔模糊管制圖，首先必須建構模糊管制圖，之後導入變動抽樣間隔觀念，最後分析其績效，並與 \bar{X} 管制圖、變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖及模糊管制圖做績效比較，流程如圖 5 所示。



資料來源：本研究整理

圖 5 研究流程

3.1 模糊管制圖

模糊管制圖之建構，包含模糊集合、歸屬函數及模糊規則等，其設定分別說明如下。

3.1.1 模糊集合

在模糊管制圖的輸入方面，Tannock (2003) 之研究利用中心模糊集合 (Centred Fuzzy Set) 與隨機模糊集合 (Random Fuzzy Set) 描述製程之穩定程度，其中，中心模糊集合由樣本品質特性之平均數構成，隨機模糊集合為該次抽樣與前次抽樣之相關係數。本研究則參考 Tannock (2003) 與 El-Shal and Morris (2000) 之研究，利用品質特性之平均數作為製程中央趨勢模糊集合的輸入變數，以及 Tannock (2003) 研究中未能成功導入之樣本變異數，作為製程離散趨勢集合之輸入變數，並運用抽樣連串數 (連續上升或下降) 當作連續趨勢模糊集合之輸入值，以此三種模糊集合判斷製程之穩定與否。

假設管制過程中每次抽取 n 個樣本，個別樣本之品質特性為 X_i (其中 $i=1,2,\dots,n$)，則上述三種模糊集合歸屬函數之定義分別如下所述。

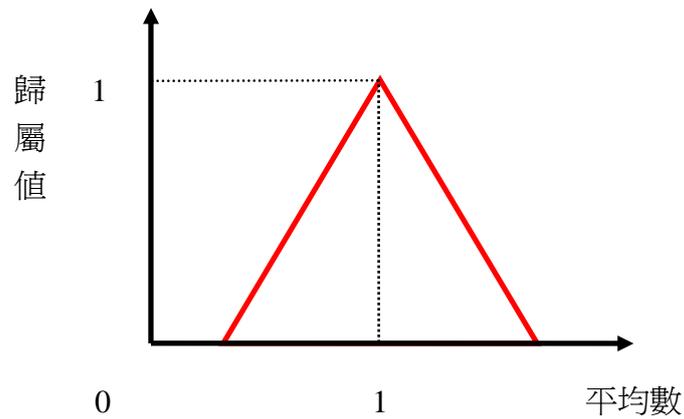
1、中央趨勢模糊集合：

平均數為描述母體中央趨勢最常使用之統計量，Shewhart 管制圖僅監控此項統計量即獲致優異績效，其重要性可見一斑，平均數計算方式為：

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (3.1)$$

Tannock (2003) 利用樣本平均數作為中心模糊集合之輸入值，藉以描述樣本之集中趨勢，樣本平均數越接近母體平均數，則其中央趨勢歸屬程度越佳，反之，

表示該次抽樣之中央趨勢歸屬程度較差，以母體平均數 1 為例，其中央趨勢模糊集合之歸屬函數可設定如圖 6 之三角形。：



資料來源：本研究整理

圖 6 中央趨勢模糊集合示意圖

本研究將沿用 Tannock (2003) 設定之模糊集合做為製程中央趨勢之判斷。

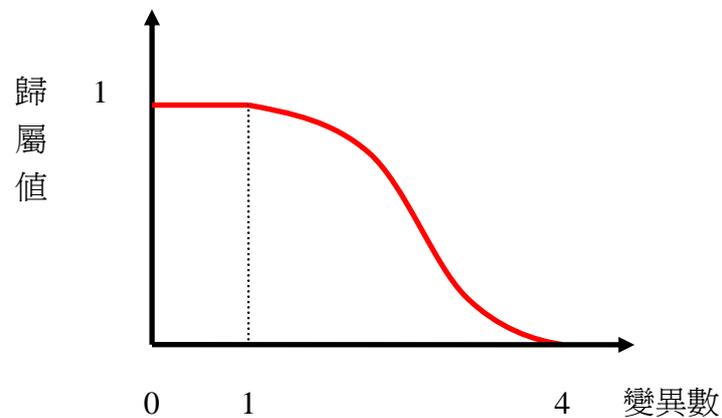
2、離散趨勢模糊集合：

變異數為描述母體離散趨勢最常使用之統計量，變異數發生異常常為製程產生偏移之徵兆，樣本變異數計算方式如下：

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad (3.2)$$

Tannock (2003) 建構之模糊管制圖績效欠佳，其於結論中提及應為管制圖未考量組內變異所致，因此，本研究補 Tannock (2003) 研究之不足，運用樣本變異數作為離散趨勢模糊集合之輸入值，樣本變異數越小代表離散程度越低、製程越

穩定。以變異數 1 為例，其離散趨勢模糊集合之歸數函數可設定如圖 7 之形式。



資料來源：本研究整理

圖 7 離散趨勢模糊集合示意圖

3、連續趨勢模糊集合：

為提昇 Shewhart 管制圖之靈敏性，西方電氣公司提出西電法則以補強傳統管制圖不足之處 (Montgomery,2001)，其中連續趨勢即為參考指標之一，其原理在於連續 m 點上升或下降之機率為 0.5^m ，若機率值偏低，該數列仍為隨機性之可能極低，因此判斷其必有非機遇性因素產生，本研究以此作為模糊管制之第三項輸入。

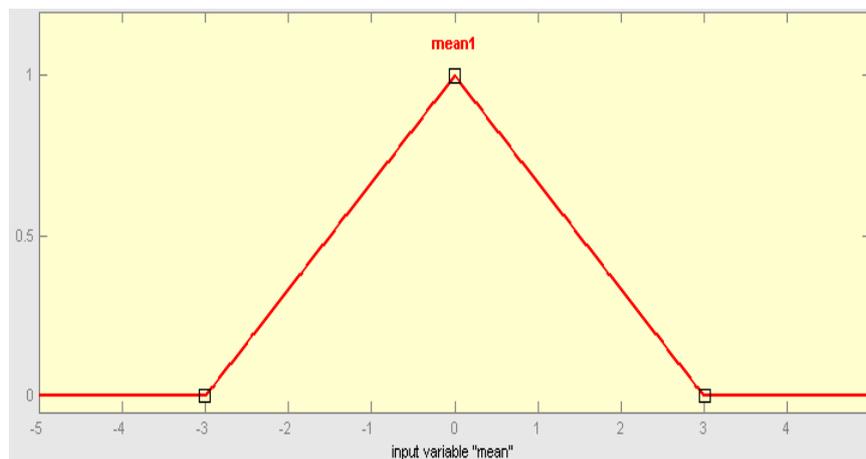
模糊管制圖的輸出方面，則將設置製程穩定程度之模糊集合，將抽樣結果分類為製程穩定程度極高、高、略高、中上、中下、略低、低、極低八類，利用抽樣結果在中央趨勢、離散趨勢及連續趨勢的表現，藉由穩定程度歸屬函數將抽樣結果轉換為單一指標，最後並利用此指標值判斷製程的穩定程度。

3.1.2 歸屬函數

本研究歸屬函數之設定方式，主要根據參考文獻作法以及前置實驗的結果決定，為提升本研究管制圖之實用性，本研究在執行上，先將所有資料標準化為平均數 0 變異數 1 之數值，並依照標準化結果描繪歸屬函數形狀，以下分別介紹中央趨勢集合、離散趨勢集合、連續趨勢集合及製程穩定程度集合之歸屬函數。

中央趨勢集合之歸屬函數：

本研究將中央趨勢集合之歸屬函數設定為三角形，臨界值則採取 \bar{X} 管制圖 ± 3 倍標準差之訂定原則，亦即：若抽樣結果標準化後之樣本平均數為 0 則中央趨勢穩定程度為 1；若抽樣結果超過 3，則中央趨勢穩定程度為 0，其他值則依照偏離母體平均數之程度而給予不同中央趨勢穩定程度值。圖 8 為本研究設定之中央趨勢集合歸屬函數。

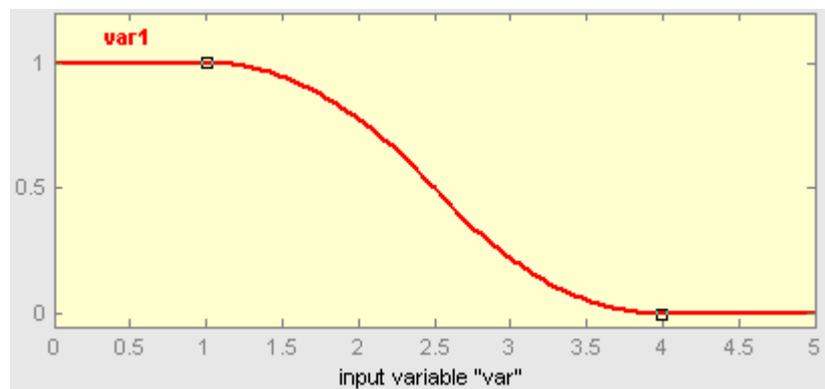


資料來源：本研究整理

圖 8 中央趨勢集合歸屬函數

離散趨勢集合之歸屬函數：

本研究之離散趨勢集合之歸屬函數採用 Z 型，如果抽樣結果小於標準化後之母體變異數 1，表示製程離散趨勢穩定程度高，則其離散趨勢穩定程度為 1；若樣本變異數高於 4，則離散趨勢穩定程度為 0，其餘則依照變異數偏移程度給予不同歸屬程度值。圖 9 為本研究設定之離散趨勢集合歸屬函數。

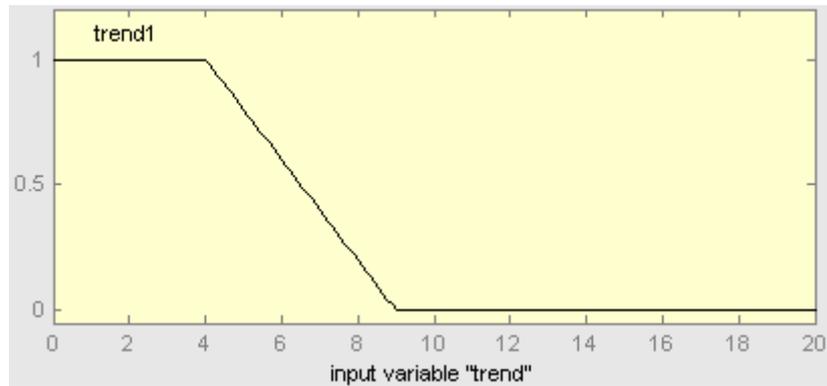


資料來源：本研究整理

圖 9 離散趨勢集合歸屬函數

連續趨勢集合之歸屬函數：

本研究連續趨勢集合之歸屬函數設定為梯型，若抽樣結果平均數之連續上升或下降點數低於 4 則連續趨勢穩定程度為 1，若連串數多於 9 點則連續趨勢穩定程度為 0，其餘則依照連串數之增加而遞減。圖 10 為本研究設定之連續趨勢集合歸屬函數。

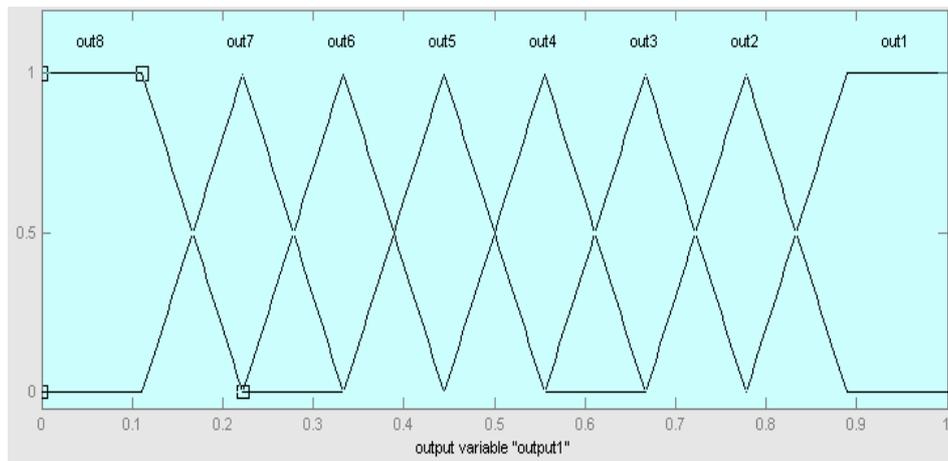


資料來源：本研究整理

圖 10 連續趨勢集合歸屬函數

穩定程度集合之歸屬函數：

本研究穩定程度集合之歸屬函數設定為三角形，並依照模糊規則之不同劃分為製程穩定程度極高、高、略高、中上、中下、略低、低、極低等八種製程成穩定集合，藉由製程穩定程度歸屬函數將抽樣結果轉換成最低為 0、最高為 1 的單一指標值，圖 11 為本研究建構之穩定程度集合歸屬函數及其設定值。



資料來源：本研究整理

圖 11 穩定程度集合歸屬函數

3.1.3 模糊規則

求得各模糊集合之歸屬程度之後，必須利用模糊邏輯加以結合，由於一般製

程大多監控樣本平均數，並以抽樣結果之樣本平均數判定製程穩定程度，因此本研究模糊規則之訂定，主要以樣本中央趨勢優劣為判定標準，若平均數偏移程度低，則製程穩定程度較高，其次則以離散趨勢及連續趨勢作為輔助判斷，輔助判定製程穩定程度，本研究根據上述原則訂定模糊規則，以下為本研究設定之模糊規則：

- If 中央趨勢優 and 離散趨勢優 and 連續趨勢優 then 製程穩定程度極高 ；
- If 中央趨勢優 and 離散趨勢優 and 連續趨勢劣 then 製程穩定程度高 ；
- If 中央趨勢優 and 離散趨勢劣 and 連續趨勢優 then 製程穩定程度略高 ；
- If 中央趨勢優 and 離散趨勢劣 and 連續趨勢劣 then 製程穩定程度中上 ；
- If 中央趨勢劣 and 離散趨勢優 and 連續趨勢優 then 製程穩定程度中下 ；
- If 中央趨勢劣 and 離散趨勢優 and 連續趨勢劣 then 製程穩定程度略低 ；
- If 中央趨勢劣 and 離散趨勢劣 and 連續趨勢優 then 製程穩定程度低 ；
- If 中央趨勢劣 and 離散趨勢劣 and 連續趨勢劣 then 製程穩定程度極低 。

其中，各模糊集合之劣化程度，將以該集合歸屬值之補數代表。

3.1.4 解模糊化

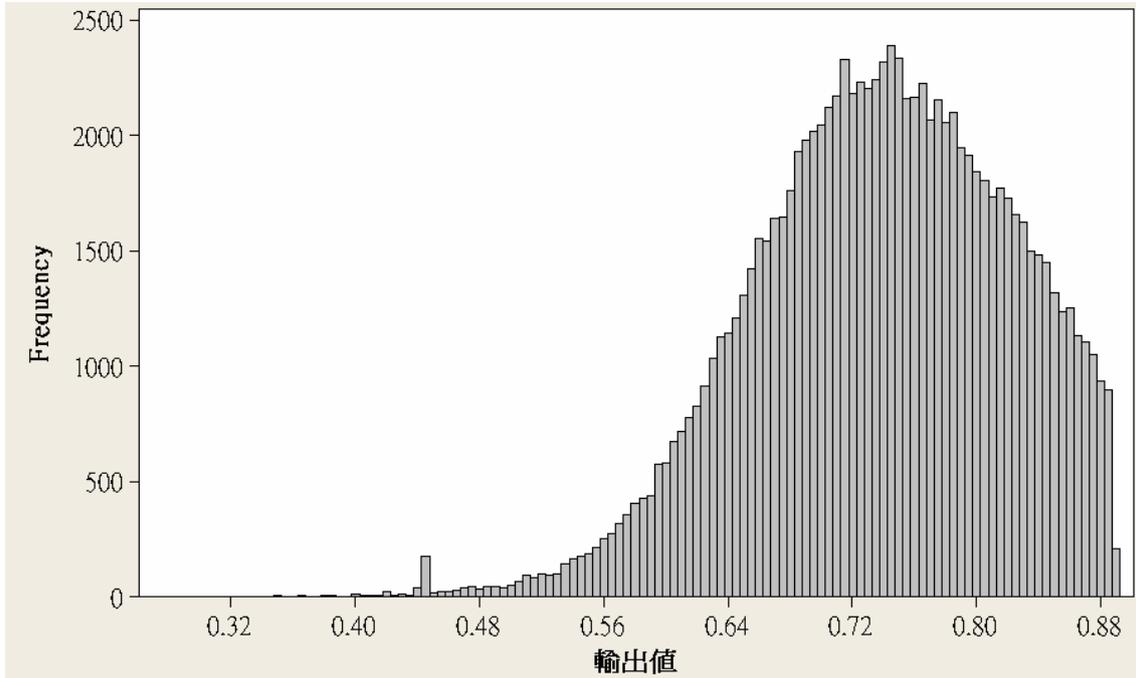
本研究之解模糊化機制採取一般模糊理論常用之重力重心法 (Center of Gravity)，根據模糊規則所觸動製程穩定程度歸屬函數之面積求取其重心，以重心值作為判定製程穩定程度之指標值，解模糊化後之輸出值越高，顯示製程狀況越穩定；反之，若輸出值低，則顯示製程呈現較為不穩定狀態。

3.2 變動抽樣間隔

本研究依據 Reynolds *et al.* (1988) 之研究結果，採用該研究中其績效最佳之變動抽樣間隔方式，將抽樣結果劃分為中間製程穩定區域、警告區域及管制外區域，若抽樣結果落於中間區域，顯示製程較為穩定，下次抽樣間隔時間定為一般抽樣時間之 1.9 倍，以節省抽樣成本；若抽樣結果落於警告區域，則顯示製程發生非機遇性因素的可能性提高，因此下次抽樣時間縮短為一般抽樣時間之 0.1 倍，以期及早偵測出非機遇性因素。

3.3 管制界限與警戒界限之設定

由於本研究屬適應性模糊管制圖，因此模糊管制圖建構完成之後，必須劃分安全區域、警戒區域以及管制外區域，以提供變動抽樣間隔之參考。安全區域、警戒區域及管制外區域範圍之界定，本研究將採用蒙地卡羅方法模擬穩定製程下製程穩定值之次數及分佈狀況，由於本研究模糊管制圖之輸入值為標準化後之統計量，因此模擬過程以 MATLAB 產生 100000 筆平均數 0、變異數 1 服從標準常態分配之亂數，圖 12 為模糊管制圖輸出值分佈情形。



資料來源：本研究整理

圖 12 模糊管制圖輸出值分佈狀況

管制界限之訂定，依據一般 \bar{X} 管制圖設定之 ± 3 標準差之機率分佈，將最極端的 0.27% 設定為管制外狀態，藉由蒙地卡羅方法模擬之結果，藉由機率分佈換算可求出本研究管制圖之管制界限為 0.4444，亦即，若模糊管制圖之輸出值低於 0.444，則認定製程發生非機遇性因素。

管制界線之訂定，則根據 Reynolds *et al.* (1988) 研究結果，將穩定程度最高的 49.65% 設定為中間區域，藉由模擬結果，可換算出警戒界限為 0.7410。

3.4 衡量指標

本研究建構之模糊管制圖屬於適應性管制圖，由於其抽樣間隔隨前期之抽樣結果而有所變動，若使用一般管制圖之衡量指標 ARL 來衡量績效將產生偏頗，因

此本研究根據 2.1.2 節文獻探討之結果，採用 ATS 評斷本管制圖之績效，亦即量測製程發生偏移後，管制圖偵測異常所需之時間，其值越短，表示管制圖偵測能力越靈敏。

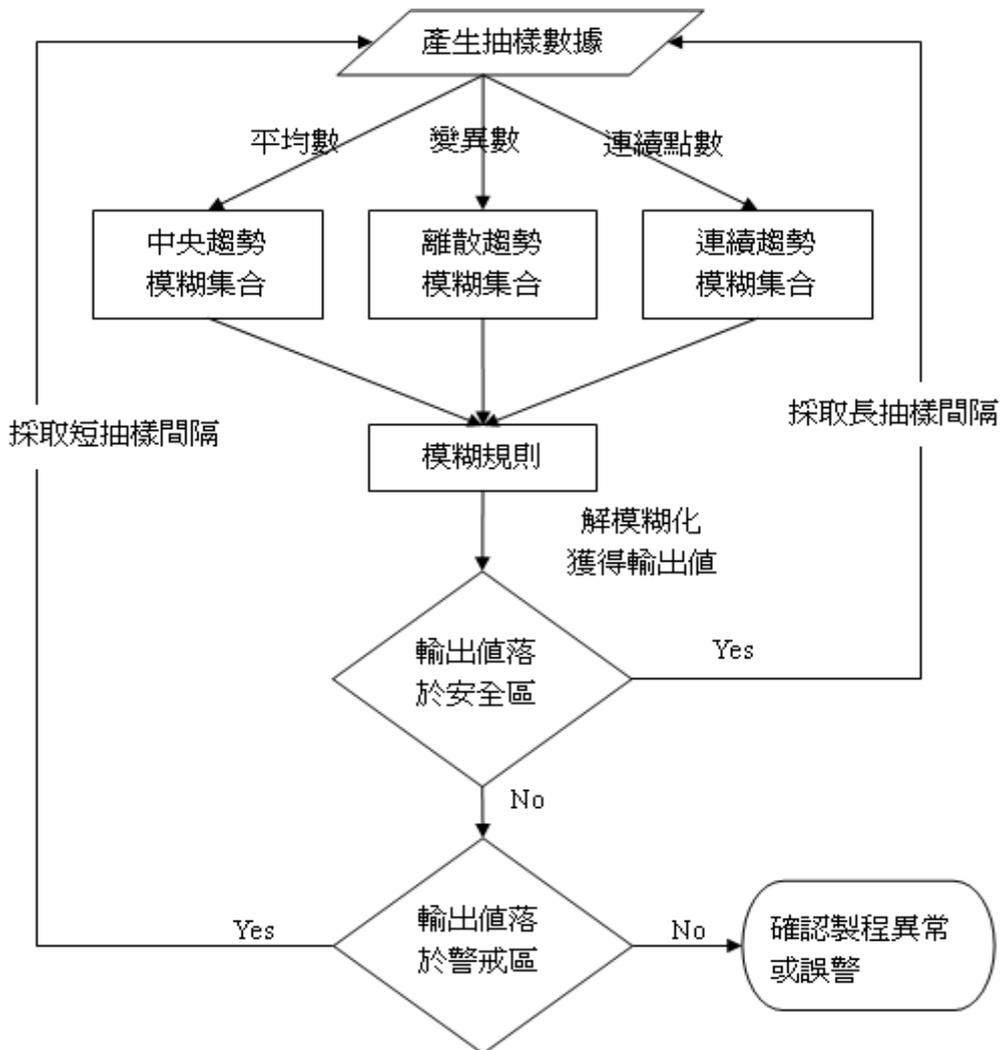
3.5 績效比較

本研究擬針對平均數偏移、變異數偏移及製程趨勢偏移三種製程變異情形進行績效分析，以瞭解本研究建構之變動抽樣間隔模糊管制圖在各種變異狀況下之績效表現。模擬過程將以 MATLAB 軟體模擬上述三種製程異常狀況，再以本研究建構之管制圖加以監控，計算其 ATS，並針對偵測異常之時間與誤警情形與傳統管制圖進行比較，以確認本管制圖是否優於傳統管制圖。

第四章 結果與分析

4.1 模糊管制圖之使用

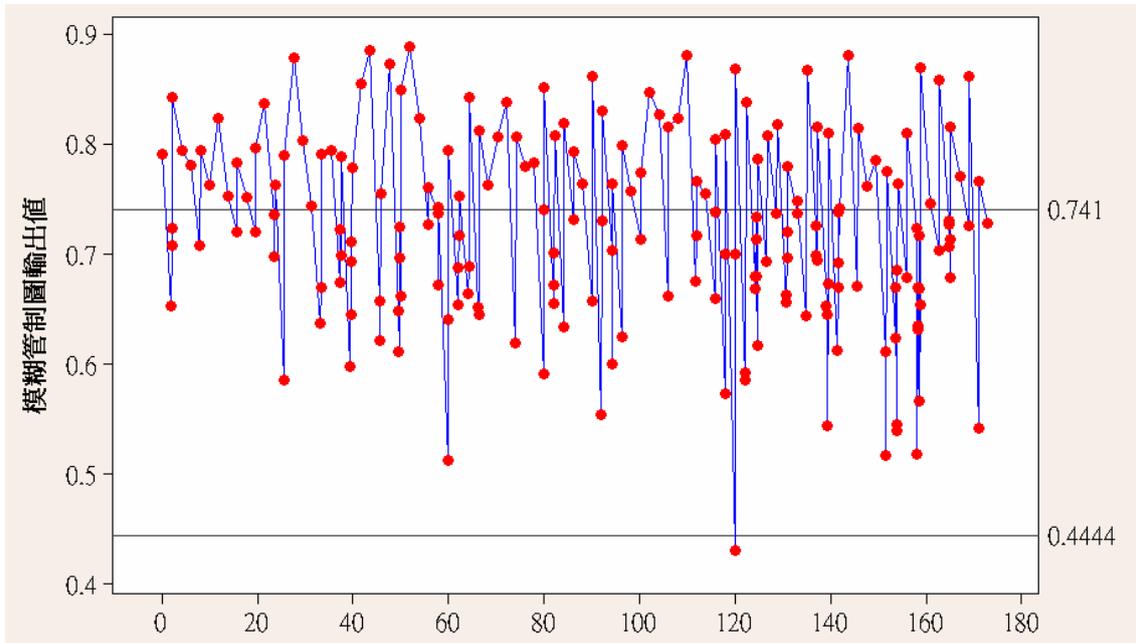
完成前述變動抽樣間隔模糊管制圖相關設定後，本章節進行績效測試與比較，方法上，以 MATLAB 產生亂數以模擬製程穩定及偏移狀況下之抽樣情形，藉由模擬產生之抽樣樣本計算該批樣本之平均數、變異數及連串數等統計量，代入所屬之模糊集合中求其個別歸屬值，再以模糊規則加以結合，藉由解模糊過程求得其輸出值，若輸出值落於安全區域內，則顯示製程目前處於穩定狀態，下次抽樣採取較為寬鬆之抽樣條件，亦即較長之抽樣間隔，以節省成本；若輸出值落於警戒區內，顯示製程發生變異之機率提高，則下次抽樣採取較短之抽樣間隔，以期及早偵測出製程變異；若輸出值落於失控區，顯示製程因非機遇性因素產生變異，應停止製程，確認其為誤警或者製程確實產生變異。本管制圖之操作流程如圖 13 所示。



資料來源：本研究整理

圖 13 變動抽樣間隔管制圖操作流程

以製程平均數發生 0.5 倍標準差偏移，抽取兩百組樣本為例，本研究建構之變動抽樣間隔模糊示意如圖 14 所示。



資料來源：本研究整理

圖 14 變動抽樣間隔模糊管制圖之圖示

以圖 14 可看出，若模糊輸出值落於中間區域（大於 0.7410），顯示製程穩定，則下次抽樣採用長抽樣間隔 1.9；若模糊輸出值落於警戒區域（大於 0.4444、小於 0.7410），則顯示製程發生變異之機率較高，下次抽樣採用短抽樣間隔 0.1，以期及早偵測製程異常；若模糊輸出值落於管制外區域（小於 0.4444），則認定製程發生非機遇性因素，必須停機檢查，確認其為誤警或者製程確實發生變異。以本圖為例，第 120 點，在 119.9 單位時間上落於管制界限外，則其 ATS 為 119.9。

4.2 模擬環境設定

本研究所模擬之製程品質特性值有以下之設定條件：

- 1、產品之品質特性為一隨機變數，服從常態分配 $N(\mu, \sigma^2)$ ，當製程受到非機遇性因素影響，將造成平均數偏移、變異數偏移或者趨勢偏移，且於單一時間點上，至多發生一種偏移；

- 2、製程在管制狀態下，其品質特性平均值為 μ_0 ，當非機遇性因素發生造成平均數偏移時，其平均值由 μ_0 偏移至 $\mu_0 \pm \delta_1 \sigma_{\bar{x}}$ ，其中 $\sigma_{\bar{x}}$ 為樣本標準差、 δ_1 為平均數偏移參數；
- 3、當非機遇性因素發生造成變異數偏移時，其樣本變異數由 $\sigma_{\bar{x}}^2$ 偏移至 $\delta_2^2 \sigma_{\bar{x}}^2$ （即樣本標準差由 $\sigma_{\bar{x}}$ 偏移至 $\delta_2 \sigma_{\bar{x}}$ ），其中 δ_2^2 為變異數數偏移參數；
- 4、當非機遇性因素發生造成趨勢偏移時，隨著製程運作時間 t ，其平均值由 μ_0 偏移至 $\mu_0 + \delta_3 t$ ，其中 δ_3 為趨勢偏移參數。

4.3 研究結果

本研究爲了提升管制圖之實用性，故將管制圖參數固定，針對不同品質特性之製程參數，藉由標準化之過程即可套用本管制圖。

Reynolds *et al.* (1988) 研究發現，抽樣間隔種類以兩種爲最佳，本研究採用其研究結論，將抽樣間隔訂定爲長短兩種，長抽樣間隔 (d_2) 設定爲 1.9，短抽樣間隔 (d_1) 設定爲 0.1。

變動抽樣間隔模糊管制圖之警告界限及管制界限，則利用蒙地卡羅法，模擬製程穩定時之抽樣結果，依據傳統管制圖警告界限及管制界限之機率換算求得（過程如 3.3 節所示），結果如表 4 所示。

表 4 管制圖警告界限及管制界限

	\bar{X} 管制圖	模糊管制圖
警告界限	± 0.6723	0.7410
管制界限	± 3	0.4444

資料來源：本研究整理

本研究為求比較方便，將製程穩定狀況下之管制圖績效調整至相同水準，以比較製程發生平均數偏移、變異數偏移以及趨勢偏移狀況下，本研究建構之管制圖與傳統管制圖之績效差異。

4.3.1 平均數偏移

藉由蒙地卡羅方法，模擬製程發生非機遇性因素，致使平均數偏移之狀況，本研究探討 $\delta_1=0.5、1、1.5、2、3、4$ （即平均數偏移 0.5 倍、1 倍、1.5 倍、2 倍、3 倍、4 倍標準差）等狀況，以 ATS 為衡量指標，其結果彙整於表 5（其中，粗體字數據表示在同樣偏移幅度下績效最佳者）。

表 5 製程平均數偏移下之績效比較

δ_1	\bar{X} 管制圖	變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖	模糊管制圖	變動抽樣間隔 模糊管制圖
0	370.40	370.40	370.40	370.40
0.5	155.22	141.43	169.49	151.91
1.0	43.9	30.60	41.32	29.14
1.5	14.97	6.95	13.68	6.18
2.0	6.30	1.82	5.69	1.40
3.0	2.00	0.27	1.91	0.13
4.0	1.19	0.13	1.16	0.02

資料來源： \bar{X} 管制圖、變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖之 ATS 值節錄自 Reynolds *et al.* (1988) P. 185，其餘數據為本研究成果。

藉由上表之數據可以發現，將模糊理論導入管制圖中，有助於偵測製程變異，而模糊管制圖加入變動抽樣間隔方法之後，則更有效率地提升了管制圖偵測製程變異的績效。本研究所建構之變動抽樣間隔模糊管制圖，除了 0.5 倍標準差之平均數偏移之外，無論在大幅度或中小幅度之製程偏移，都有較理想之偵測能力。

4.3.2 變異數偏移

藉由蒙地卡羅方法，模擬製程發生非機遇性因素，致使變異數發生偏移之狀況，本研究探討 $\delta_2=1.25$ 、1.5、1.75（即偏移 1.25 倍、1.5 倍、1.75 倍標準差）等狀況，以 ATS 為衡量指標，其結果彙整於表 6（在同樣偏移幅度下績效最佳者以粗體字數據表示）。

表 6 製程變異數偏移下之績效比較

δ_2	\bar{X} 管制圖	變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖	模糊管制圖	變動抽樣間隔 模糊管制圖
1	370.40	370.40	370.40	370.40
1.25	68.03	56.10	38.46	23.03
1.50	40.81	29.80	9.91	3.48
1.75	11.86	7.57	4.64	0.98

資料來源：本研究整理

藉由以上數據可以發現，由於本研究所建構之模糊管制圖除了平均數之外，同時考量離散趨勢，因此績效確實較傳統 \bar{X} 管制圖與變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖為

佳，導入變動抽樣間隔觀念之後，績效更為顯著。

4.3.3 趨勢偏移

藉由蒙地卡羅方法，模擬製程發生非機遇性因素，致使變異數發生偏移之狀況，本研究探討製程發生 $\delta_3=0.001$ 、 0.005 、 0.01 、 0.05 、 0.1 等 5 種上升趨勢偏移狀況，以 ATS 為衡量指標，其結果彙整於表 7（粗體字數據，表示在同樣偏移幅度下績效最佳者）。

表 7 製程平均呈趨勢偏移下之績效比較

δ_3	\bar{X} 管制圖	變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖	模糊管制圖	變動抽樣間隔 模糊管制圖
0	370.40	370.40	370.40	370.40
0.001	265.53	257.77	243.73	237.24
0.005	133.77	121.20	124.03	113.48
0.01	90.74	78.51	84.82	73.76
0.05	30.19	22.14	29.64	22.03
0.1	18.41	11.97	18.21	11.86

資料來源：本研究整理

根據表 8 數據可以發現，在製程平均呈趨勢偏移情況之下，變動抽樣間隔對於管制圖趨勢偏移之偵測績效有較明顯的提升作用，至於模糊理論之績效，雖有所助益，但相較於表 5 製程平均數偏移與表 6 製程變異數偏移之結果，則略不顯著。

4.4 績效分析

根據表 5、表 6、表 7 之彙整數據可以發現，在製程平均數偏移狀況下，變動抽樣間隔對於管制圖績效之提升相當顯著，模糊理論則是在平均數發生中、大幅度偏移時，績效較佳；在製程變異數發生偏移狀況下，由於本研究導入製程變異數作為模糊管制圖之輸入參數，因此無論模糊管制圖或變動抽樣間隔模糊管制圖，在各種幅度偏移狀況中都有相當理想的成效；在製程發生趨勢偏移的情形下，變動抽驗間隔方法對於管制圖績效之提昇能力明顯優於模糊理論之影響，然而，綜合評判四種管制圖在各種趨勢偏移下之偵測績效，變動抽樣間隔之模糊管制圖仍有較為敏感之偵測異常能力。

由以上分析結果可以發現，變動抽樣間隔與模糊理論，在不同類型之製程偏移狀況下各擅其長，因此，本研究結合模糊理論與變動抽樣間隔兩種方法所建構之變動抽樣間隔模糊管制圖，確能互補不足、發揮綜效。

第五章 結論與未來方向

本研究針對傳統 \bar{X} 管制圖對於製程中小偏移偵測能力較弱之缺點，導入模糊理論觀念及變動抽樣間隔之觀念，藉以提昇管制圖偵測績效，本研究之結果與貢獻如下：

- 1、本研究所建構之變動抽樣間隔模糊管制圖與傳統 \bar{X} 管制圖、變動抽樣間隔 \bar{X} 管制圖及本研究建構之模糊管制圖做比較，無論平均數偏移、變異數偏移或趨勢偏移，其偵測製程偏移之績效都較為優異，由此可知，模糊理論與變動抽樣間隔觀念之結合，確實可以有效提升管制圖偵測績效。
- 2、建構變動抽樣間隔之模糊管制圖，本管制圖可用於監控任何單一品質特性服從常態分配之製程，且操作上簡單、易懂，績效亦高，本研究之成果期能提供業界使用。

然而，本研究仍有不足之處，有待後續研究完成：

- 1、本研究之模糊規則與歸屬函數相關參數屬直觀認定，未來研究可考慮運用分群方式產生模糊規則及以田口方法訂定歸屬函數參數，並探討其對於管制圖績效之影響。
- 2、本研究僅限於單一品質特性之製程監控，無法用以監控多變量品質特性之流程，後續研究可將模糊理論結合多變量管制圖，以擴展模糊管制圖實用範圍。

參考文獻

- [1] Bai, D. S. and Lee, K. T., 1998, “An economic design of variable sampling interval \bar{X} control charts”, International Journal of Production Economics, vol. 54, pp. 57-64.
- [2] Duncan, A. J., 1971, “The economic design of \bar{X} -charts when there is a multiplicity of assignable Causes”, Journal of the American Statistical Association, vol. 66 Issue 333, pp. 107-121.
- [3] El-Shal, S. M. and Morris, A. S., 2000, “A fuzzy rule-based algorithm to improve the performance of statistical process control in quality systems”, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, vol. 9, pp. 207–223.
- [4] Hassen, T., 2002, “On fuzzy and probabilistic control charts”, International Journal of Production Research, vol. 40, pp. 2849–2863.
- [5] Kim, D. and Sehn, R., 2002, “Design of a robust fuzzy controller for the arc stability of CO₂ welding process using the Taguchi method”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics, vol. 32, pp. 157-162.
- [6] Marion, R. and Zachary, G. S., 2001, “Monitoring the process mean and variance using individual observations and variable sampling intervals,” Journal of Quality Technology, vol. 33, pp. 181-205.
- [7] Montgomery, D. C., 2001, Introduction to Statistical Quality Control, 4th Edition, John Wiley & Sons Inc, New York.
- [8] Prabhu, S. S., Montgomery, D. C. and Runger, G. C., 1997, “Economic-statistical

- design of an adaptive \bar{X} chart”, International Journal of Production Economics, vol. 49, pp. 1-15.
- [9] Reynolds, M. R., Amin, R. W., Arnold, J. C. and Nachlas, J. A. , 1988, “ \bar{X} charts with variable sampling intervals”, Technometrics, vol. 30, pp. 181-192.
- [10] Tagaras, G., 1998, “A survey of recent developments in the design of adaptive control charts.” Journal of Quality Technology, vol. 30, pp. 212-231.
- [11] Tannock, J. D. T., 2003, “A fuzzy control charting method for individuals”, International Journal of Production Research, vol. 41, pp. 1017–1032.
- [12] Tzvi, R. and Wang, J. H., 1990, “Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data”, Production Planning & Control, vol. 1, pp. 147-157.
- [13] Woodall, W. H., 2000, “Controversies and contradictions in statistical process control”, Journal of Quality Technology, vol. 32, pp. 341-350.
- [14] Zadeh, L. A., 1965, “Fuzzy sets”, Information and Control, vol. 8, pp. 338-353.
- [15] 林裕章、周昭宇， 2002， “適應性 \bar{X} 管制圖之回顧與評估”， 中國統計學報，第 40 卷第 3 期， pp.361-390。